

LBRIS

We know
books

GHEORGHE-ADALBERT SCHNEIDER

**CULEGERE DE PROBLEME DE
GEOMETRIE
PENTRU CLASELE 5 -8**

Ediție revizuită și adăugită

EDITURA HYPERION CRAIOVA

CLASA a – V - a

1. ELEMENTE DE GEOMETRIE

1.1 Dreapta, segmentul de dreaptă, măsurarea unui segment de dreaptă

1. Desenați:

- o dreaptă;
- două drepte distincte, care se intersectează;
- două drepte distincte care nu se intersectează;
- trei drepte distincte care se intersectează într-un punct;
- trei drepte distincte care se intersectează două câte două.

2. Desenați trei puncte distincte A, B, C , care nu sunt situate pe aceeași dreaptă.

a) Câte drepte trec prin punctele A și B ? Dar prin B și C ? Dar prin C și A ?

b) Câte drepte distincte determină punctele A, B și C ?

3. Desenați patru puncte distincte A, B, C, D , oricare trei dintre ele nefiind situate pe aceeași dreaptă.

a) Câte drepte determină punctele A, B și C ? Dar punctele A, B și D ? Dar punctele A, C și D ? Dar punctele B, C și D ?

b) Câte drepte distincte determină punctele A, B, C și D ?

4. Desenați cinci puncte distincte A, B, C, D, E , oricare trei dintre ele nefiind situate pe aceeași dreaptă.

a) Câte drepte determină punctele A, B și C ?

b) Câte drepte determină punctele A, B, C și D ?

c) Câte drepte distincte determină punctele A, B, C, D și E ?

5. Desenați un punct pe care-l notați cu A . Câte drepte distincte puteți duce prin A ?

6. Desenați un punct pe care-l notați cu A și alte două puncte distincte B și C , astfel încât $A \notin \{B, C\}$. Câte drepte

14. Desenați o dreaptă a și luați trei puncte distincte A, B, C pe această dreaptă. Numiți toate segmentele de dreaptă care se formează.

24. Se consideră dreapta a și punctele distincte $A, B, C, D \in a$ astfel încât segmentul AB are lungimea de 58 cm, segmentul BC are cu 12 cm mai mult decât AB și segmentul CD are cu 20 cm mai puțin decât AB . Determinați suma lungimilor celor trei segmente.

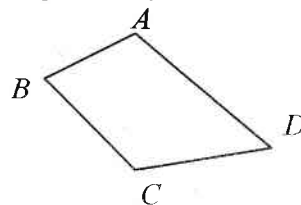
1.2 Unghiul, triunghiul, patrulaterul, cercul: prezentare prin descriere și desen; recunoașterea elementelor lor: laturi, unghiuri, diagonale, centru și raza cercului

Unghiul

1. Pe o dreaptă a se consideră punctele A și B diferite. Fie O un punct arbitrar $O \notin a$. Uniți punctul O cu punctele A și respectiv B . Scrieți toate unghiurile care se formează.
2. Pe o dreaptă a se consideră punctele A, B și C diferite. Fie O un punct arbitrar $O \notin a$. Uniți punctul O cu punctele A, B și respectiv C . Scrieți toate unghiurile care se formează.
3. Fie a și b două drepte care se intersectează în punctul O . Fie $A, B \in a$ situate de o parte și de alta a punctului O și $C, D \in b$ situate de o parte și de alta a punctului O . Scrieți toate unghiurile care se formează.
4. Se consideră semidreptele $[OA], [OB]$ și respectiv $[OC]$. Scrieți toate unghiurile care se formează.
5. Fie A, B, C trei puncte distincte și nesituate pe aceeași dreaptă. Se unesc punctele A cu B , B cu C și respectiv C cu A . Scrieți toate unghiurile care se formează.
5. Fie A, B, C, D patru puncte distincte și nesituate pe aceeași dreaptă. Se unesc punctele A cu B , B cu C , C cu D și respectiv D cu A . Scrieți toate unghiurile care se formează.
6. Fie A, B, C, D patru puncte distincte și nesituate pe aceeași dreaptă. Se unesc punctele A cu B , B cu C , C cu D , D cu A și respectiv A cu C . Scrieți toate unghiurile care se formează.

Triunghiul

1. Se consideră trei puncte A, B, C distincte și care nu sunt situate pe aceeași dreaptă.
 - a) Ce figură geometrică s-a obținut?
 - b) Scrieți toate laturile figurii.
 - c) Scrieți toate unghiurile figurii.
2. Se consideră triunghiul ABC în care laturile AB și AC au aceeași lungime. Cum se numește triunghiul ABC ?
3. Se consideră triunghiul ABC în care laturile AB, AC și BC au aceeași lungime. Cum se numește triunghiul ABC ? Scrieți laturile triunghiului și unghiurile triunghiului.
4. Se consideră figura de mai jos, $ABCD$. Uniți pe A cu C . Ce figuri geometrice se obțin? Scrieți laturile și unghiurile fiecăreia din figurile obținute.



5. Se consideră un triunghi ABC și un punct O în interiorul triunghiului. Uniți punctul O cu punctele A, B și respectiv C .
 - a) Scrieți triunghiurile care se formează.
 - b) Scrieți laturile și unghiurile fiecăruia dintre triunghiurile formate.
6. Se consideră un triunghi ABC și un punct O pe segmentul BC . Uniți punctul O cu punctele A, B, C .
 - a) Scrieți triunghiurile care se formează.
 - b) Scrieți laturile și unghiurile fiecăruia dintre triunghiurile formate.

1. Se consideră patru puncte A, B, C, D distincte, astfel încât oricare trei puncte dintre ele nu sunt situate pe aceeași dreaptă.

- Ce figură geometrică s-a obținut?
- Scrieți toate laturile figurii.
- Scrieți toate unghiurile figurii.

2. Se consideră cinci puncte A, B, C, D, E distincte, astfel încât oricare trei puncte dintre ele nu sunt situate pe aceeași dreaptă. Uniți pe A cu D .

- Ce figuri geometrice s-au obținut?
- Scrieți toate laturile fiecărei figuri.
- Scrieți toate unghiurile fiecărei figuri.

3. Se consideră un patrulater $ABCD$ și un punct O în interiorul patrulaterului. Uniți punctul O cu vârfurile A, B, C, D .

- Ce figuri geometrice s-au obținut?
- Scrieți laturile fiecărei figuri.
- Scrieți unghiurile fiecărei figuri.

4. Se consideră un patrulater $ABCD$ și un punct O pe segmentul AB . Uniți punctul O cu C .

- Ce figuri geometrice s-au obținut?
- Scrieți laturile fiecărei figuri.
- Scrieți unghiurile fiecărei figuri.

5. Se consideră un patrulater $ABCD$ și un punct O pe segmentul CD . Uniți punctul O cu A și cu B .

- Ce figuri geometrice s-au obținut?
- Scrieți laturile fiecărei figuri.
- Scrieți unghiurile fiecărei figuri.

6. Desenați un pătrat $ABCD$. Duceți diagonala AC .

- Ce figuri geometrice se obțin?

- Scrieți laturile fiecărei figuri.
- Scrieți unghiurile fiecărei figuri.
- Cum sunt laturile pătratului?
- Cum sunt unghiurile pătratului?

7. Desenați un pătrat $ABCD$. Duceți diagonalele AC și BD . Fie O punctul de intersecție al diagonalelor.

- Scrieți toate triunghiurile care se formează și care au un vârf în O .
- Scrieți toate triunghiurile care se formează și care nu au un vârf în O .

8. Desenați un pătrat $ABCD$. Fie O un punct exterior pătratului. Scrieți toate triunghiurile care se formează și care au un vârf în O .

9. Fie $ABCD$ un pătrat. Ducând două drepte bine alese, împărțiți pătratul $ABCD$ în patru pătrate egale.

10. Dacă la latura unui pătrat adunăm 6 cm, obținem de 4 ori latura pătratului. Determinați latura pătratului.

11. Dacă mărim cu 3 cm latura unui pătrat, atunci obținem un număr cu 4 cm mai mic decât dublul laturii pătratului. Determinați latura pătratului.

12. Desenați un dreptunghi $ABCD$. Duceți diagonala BD .

- Ce figuri geometrice se obțin?
- Scrieți laturile fiecărei figuri.
- Scrieți unghiurile fiecărei figuri.
- Cum sunt laturile opuse ale dreptunghiului?
- Cum sunt unghiurile dreptunghiului?

13. Desenați un dreptunghi $ABCD$. Duceți diagonalele AC și BD și fie O punctul de intersecție al lor. Scrieți toate triunghiurile care se formează.

14. Desenați un dreptunghi $ABCD$.

- Ducând o dreaptă, împărțiți dreptunghiul dat în două dreptunghiuri. Există mai multe posibilități?
- Ducând o dreaptă, împărțiți dreptunghiul dat în două dreptunghiuri egale. Câte soluții există?
- Ducând două drepte, împărțiți dreptunghiul dat în trei dreptunghiuri egale. Câte soluții există?

15. Desenați un dreptunghi $ABCD$.

Ducând o dreaptă, împărțiți dreptunghiul dat într-un pătrat și un dreptunghi. Există mai multe posibilități?

16. Se consideră dreptunghiul $ABCD$, astfel încât $AB + BC = 45$ cm. Determinați AB și BC , știind că $AB = BC + 5$ cm.

17. Desenați un paralelogram $ABCD$.

- Cum sunt laturile AB și CD ?
- Cum sunt laturile AD și BC ?
- Cum sunt unghiurile opuse ale paralelogramului?

18. Desenați un paralelogram $ABCD$.

Ducând o dreaptă, împărțiți paralelogramul dat în două paralelograme. Există mai multe posibilități? Dintre aceste posibilități alegeți pe aceea prin care se obțin două paralelograme egale.

19. Desenați un paralelogram $ABCD$.

Ducând două drepte, împărțiți paralelogramul dat în trei paralelograme. Există mai multe posibilități? Dintre aceste posibilități alegeți pe aceea prin care se obțin trei paralelograme egale.

20. Fie $ABCD$ un paralelogram, astfel încât AB și BC sunt exprimate prin două numere naturale consecutive. Știind că $AB + BC = 15$ cm, determinați lungimile laturilor AB și BC .

Cercul

1. Construiți cu compasul un cerc de centru O . Luați pe cerc patru puncte A, B, C și D .

- Stabiliți cum sunt segmentele OA, OB, OC și respectiv OD ca lungimi?
- Cum se numesc segmentele de dreaptă AB, BC, CD și respectiv DA ?
- Cum se numesc segmentele de dreaptă OA, OB, OC și respectiv OD ?

2. Construiți un cerc de centru O și rază egală cu 5 cm. Luați pe cerc trei puncte A, B și respectiv C . Calculați lungimile segmentelor OA, OB și respectiv OC .

3. Construiți două cercuri egale de centre O și respectiv O_1 și care nu se intersectează. Luați pe primul cerc punctul A și pe al doilea cerc punctul B . Arătați că $OA = O_1B$.

4. Construiți două cercuri, unul de centru O și de rază egală cu 3 cm, iar al doilea de centru O_1 și de rază egală cu 4 cm, care au punctul comun A . Calculați lungimile segmentelor OA și O_1A .

5. Construiți două cercuri, unul de centru O și de rază egală cu 5 cm, iar al doilea de centru O_1 și de rază egală cu 5 cm, care au două puncte comune A și respectiv B .

Calculați lungimile segmentelor OA, OB, O_1A și respectiv O_1B . Ce fel de patrulater este $OA O_1 B$?

6. Construiți un cerc de centru O și rază egală cu 6 cm. Duceți în acest cerc trei coarde având fiecare câte 12 cm. Cum se numesc aceste coarde? Cum sunt ca lungime celelalte coarde ale cercului în raport cu aceste trei coarde?

1.3 Simetria, axa de simetrie și translația: prezentare intuitivă, exemplificare în triunghi, cerc, patrulater

1. Fie O și A două puncte arbitrare în plan, $O \neq A$. Stabiliți simetricul punctului A față de O .
2. Fie a o dreaptă și A un punct arbitrar de pe dreaptă. Desenați simetricul punctului A față de dreaptă.
3. Fie a o dreaptă și $A, B \notin a$. Desenați simetricile punctelor A și B față de dreapta a .
4. Fie a o dreaptă și punctele $A \in a, B \notin a$. Desenați simetricul segmentului $[AB]$ față de dreapta a .
5. Fie a o dreaptă și punctele A, B situate de aceeași parte a dreptei a . Desenați simetricul segmentului $[AB]$ față de dreapta a .
6. Fie a o dreaptă și punctele A, B, C necoliniare și situate de aceeași parte a dreptei a . Desenați simetricul triunghiului ABC față de dreapta a .
7. Fie a o dreaptă și pătratul $ABCD$ ale cărui vârfuri sunt situate de aceeași parte a dreptei a . Desenați simetricul pătratului față de dreapta a .
8. Fie a o dreaptă și romb $ABCD$ ale cărui vârfuri sunt situate de aceeași parte a dreptei a . Desenați simetricul rombului față de dreapta a .
9. Fie a o dreaptă și dreptunghiul $ABCD$ ale cărui vârfuri sunt situate de aceeași parte a dreptei a . Desenați simetricul dreptunghiului față de dreapta a .
10. Fie a o dreaptă și paralelogramul $ABCD$ ale cărui vârfuri sunt situate de aceeași parte a dreptei a . Desenați simetricul paralelogramului față de dreapta a .

11. Fie ABC un triunghi isoscel, cu $AB = AC$. Desenați axa de simetrie a triunghiului.

12. Fie ABC un triunghi echilateral. Desenați axele de simetrie ale triunghiului. Câte sunt ele?

13. Fie $ABCD$ un pătrat. Sunt diagonalele pătratului axe de simetrie? Mai are pătratul și alte axe de simetrie? Desenați toate axele de simetrie.

14. Fie $ABCD$ un dreptunghi. Sunt diagonalele dreptunghiului axe de simetrie? Desenați toate axele de simetrie ale dreptunghiului.

15. Fie $ABCD$ un romb. Sunt diagonalele rombului axe de simetrie? Mai are rombul și alte axe de simetrie? Desenați toate axele de simetrie ale rombului.

16. Desenați un cerc și fie O centrul cercului. Câte axe de simetrie are cercul. Desenați trei axe de simetrie ale cercului.

17. Desenați două pătrate având laturile egale. Lipiți cele două pătrate astfel încât ele să aibă o latură comună. Ce figură geometrică se obține? Desenați axele ei de simetrie.

18. Fie a o dreaptă și A un punct arbitrar din plan, $A \notin a$. Fie B simetricul punctului A față de dreapta a . Determinați axa de simetrie a segmentului $[AB]$.

19. Fie $[AB]$ un segment și a axa de simetrie a segmentului. Translați segmentul $[AB]$ pe o distanță egală cu lungimea segmentului $[AB]$, obținându-se segmentul $[CD]$, C și D fiind de aceeași parte a dreptei a . Arătați că $ABCD$ este pătrat. Ce patrulater se obține dacă translația se face pe o distanță mai mare sau mai mică decât lungimea segmentului $[AB]$?